Examen Final : Physique I. Mécanique.

Questions de cours : (6pts)

1) Sachant que la cinématique est une science physique qui traite le mouvement d'un point matériel. Que traite la dynamique ?
2) Quelles sont les caractéristiques d'un vecteur force ?
3) En étudiant un mouvement parabolique, **la flèche** est calculée à partir de qu'elle équation ?
4) Exprimer la vitesse angulaire **w** en fonction de la vitesse linéaire **v** et le rayon **r**.
5) Donner des exemples sur : force **constante conservative**, force **non constante** et force **non conservative.**
6) A quoi est égale la variation de l'énergie cinétique d'un point matériel entre deux positions : initiale et finale ?

Exercice 01: (4pts)

Dans un gaz, une particule de masse **m** animée d'une vitesse **v**, enfermée dans une boite cubique de volume $V=a^3$, a une énergie cinétique **E**, telle que **:**

$$E = \frac{h^2\ n^2}{32\ \pi^2\ m\ a^2}$$

Où **n** représente un nombre entier sans dimension.

1) Trouver la dimension de **h** en utilisant les équations aux dimensions.
2) Calculer l'incertitude relative sur **E** en fonction de Δ**h**, Δ**m** et Δ**a**.

Exercice 02: (5pts)

Soit un repère fixe (Oxyz). Un repère mobile (O'XYZ) tourne autour de [Oz] avec une vitesse angulaire ω constante. Le point O' se déplace sur l'axe [Ox] : $\overrightarrow{OO'} = a\,t\,\vec{\imath}.$ Un point M se déplace sur l'axe [O'Y] tel que : $\overrightarrow{O'M} = b\,t^2\vec{\jmath}'$ avec a et b des constantes positives.

Déterminer dans **le repère fixe** [Oxyz) :

1) La vitesse relative $\overrightarrow{V_r}$ et la vitesse d'entraînement $\overrightarrow{V_e}$. En déduire sa vitesse absolue $\overrightarrow{V_a}$.
2) L'accélération relative $\overrightarrow{a_r}$, l'accélération d'entraînement $\overrightarrow{a_e}$ et l'accélération de Coriolis $\overrightarrow{a_c}$. En déduire l'accélération absolue $\overrightarrow{a_a}$.

.

Exercice 03: (5pts)

Un chariot de masse **m=1kg** est lancé avec une vitesse initiale v_0= **5m/s** vers le haut d'un plan incliné qui fait un angle **α=30°** avec l'horizontale.

1) Faites un schéma et représenter les forces.
2) Calculer la distance **x** parcourue par le chariot jusqu'à son arrêt complet en utilisant deux méthodes différentes :
   a- La $2^{ème}$ loi de Newton (principe fondamentale de la dynamique)
   b- Théorème de la variation de l'énergie cinétique
3) Calculer la réaction du plan incliné sur le chariot.

BON COURAGE

Question de cours (6 pts)

1) La cinématique traite le mvt d'un point matériel.
↳ La dynamique traite les forces qui provoquent le mvt. (1)

2) Les caractéristiques d'1 vecteur force sont : la direction, le sens et la norme du vecteur. (0,75)

3) La flèche (hauteur maximale) est calculée à partir de $v_y = 0$. (1)

4) $\omega = \dfrac{v}{R}$ ← vitesse linéaire ; ← le rayon. (0,75)

5)
- La force de gravité (poids) : force constante conservative. (0,5)
- La force de rappel (force élastique) la tension d'1 ressort : force non constante. (0,5)
- La force de frottement : force non conservative. (0,5)

6) $\Delta E_c = E_{c_f} - E_{c_i} = \sum_{i \to f} W(\vec{F}_{ext})$ (1)

Exercice 01 : (4 pts)

1) $E = \dfrac{h^2 n^2}{32\pi^2 m a^2} \Rightarrow h^2 = \dfrac{32\pi^2 m . a^2 . E}{n^2}$

$[h] = ??$

$\Rightarrow [h]^2 = \dfrac{[32][\pi]^2[m].[a]^2.[E]}{[n]^2}$ (0,5)

$[n] = \{1\}$ (0,25)

$[32] = 1$, $[\pi]^2 = 1$ (0,25)

$[m] = M$ (0,25)

$[a]^2 = L^2$ (0,25)

$[E] = ML^2T^{-2}$ (0,25)

$\Rightarrow [h]^2 = \dfrac{1.1.M.L^2.ML^2T^{-2}}{1} = M^2L^4T^{-2}$

$\Rightarrow \boxed{[h] = ML^2T^{-1}}$ (0,25)

2) $\frac{\Delta E}{E} = ?$

$$\ln E = \ln\left(\frac{h^2 n^2}{32\pi^2 m a^2}\right) = 2\ln h + 2\ln n - \ln 32 - 2\ln\pi - \ln m - 2\ln a$$ 0,25 0,25

$$d(\ln E) = 2d(\ln h) + 2d(\cancel{\ln n}) - d(\cancel{\ln 32}) - 2d(\cancel{\ln \pi}) - d(\ln m) - 2d(\ln a)$$ 0,5

$\cancel{\ln n}$, $\cancel{\ln 32}$, $\cancel{\ln \pi}$: 0

$$\frac{dE}{E} = 2\frac{dh}{h} - \frac{dm}{m} - 2\frac{da}{a}$$ 0,5

$$\boxed{\frac{\Delta E}{E} = 2\frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta a}{a}}$$ 0,5

Exercice n° 2 (5pts)

$\vec{OO'} = at\,\vec{i}$
$\vec{O'M} = bt^2\,\vec{j'}$

a et b constantes positives . $\vec{\omega} = \omega.\vec{k} = \omega.\vec{k'}$

Calculer dans le repère fixe

$$\vec{V_r} = \frac{d\vec{O'M}}{dt}\Big/_{R'} = 2bt\,\vec{j'}$$ 0,25 0,25

$$\vec{V_e} = \frac{d\vec{OO'}}{dt} + \vec{\omega}\wedge\vec{O'M} = a\vec{i} + (\omega\vec{k'}\wedge bt^2\vec{j'})$$ 0,25

$$= a\vec{i} + \omega bt^2\underbrace{(\vec{k'}\wedge\vec{j'})}_{(-\vec{i'})}$$

$$\vec{V_e} = a\vec{i} - \omega bt^2\,\vec{i'}$$ 0,25

Relations de passage $\begin{cases}\vec{i'} = \cos\omega t\,\vec{i} + \sin\omega t\,\vec{j} \\ \vec{j'} = -\sin\omega t\,\vec{i} + \cos\omega t\,\vec{j}\end{cases}$. 0,5

D'où
$$\boxed{\vec{V_r} = -2bt\sin\omega t\,\vec{i} + 2bt\cos\omega t\,\vec{j}}$$ 0,25
$$\boxed{\vec{V_e} = (a - \omega bt^2\cos\omega t)\vec{i} - \omega bt^2\sin\omega t\,\vec{j}}$$ 0,25

$\vec{V_a} = \vec{V_r} + \vec{V_e}$ 0,25

D'où
$$\boxed{\vec{V_a} = (a - \omega bt^2\cos\omega t - 2bt\sin\omega t)\vec{i} + (2bt\cos\omega t - \omega bt^2\sin\omega t)\vec{j}}$$ 0,25

2) $\vec{a_r} = \dfrac{d\vec{V_r}}{dt}$ 0,25 $= -2b\sin\omega t\,\vec{i}$ ~~$-2bt\omega\cos\omega t\,\vec{i} + 2b\cos\omega t\,\vec{j} + 2bt\omega\sin\omega t\,\vec{j}$~~

$= 2b\,\vec{j'} = 2b(-\sin\omega t\,\vec{i} + \cos\omega t\,\vec{j})$ 0,25

~~$\vec{a} = -2b(\sin\omega t + t\omega\cos\omega t)\vec{i} + 2b(\cos\omega t - t\omega\sin\omega t)\vec{j}$~~ 0,25 ?

$$\vec{a_e} = \frac{d^2\vec{OO'}}{dt^2} + \underbrace{\frac{d\vec{\omega}}{dt}}_{=0} \wedge \vec{O'M} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{O'M}) \quad 0{,}25$$

$$= 0\vec{i} + \omega.\vec{k'} \wedge (-\omega b t^2 \vec{i'}) = -\omega^2 b t^2 (\underbrace{\vec{k'} \wedge \vec{i'}}_{(+\vec{j'})}) = -\omega^2 b t^2 \vec{j'} \quad 0{,}25$$

$$\boxed{\vec{a_e} = -\omega^2 b t^2 \vec{j'}} \boxed{= +\omega^2 b t^2 \sin\omega t\,\vec{i} - \omega^2 b t^2 \cos\omega t\,\vec{j}} \quad 0{,}25$$

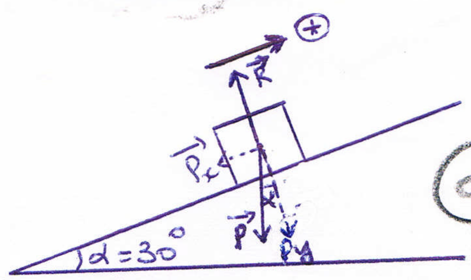
$$\vec{a_c} = 2(\vec{\omega} \wedge \vec{V_r}) = 2(\omega\vec{k'} \wedge 2bt\vec{j'}) = 4\omega bt(\vec{k'} \wedge \vec{j'}) \quad 0{,}25$$

$$\vec{a_c} = 4\omega bt(-\vec{i'}) \Rightarrow \vec{a_c} = -4\omega bt\,\vec{i'} \quad 0{,}25$$

$$\boxed{\vec{a_c} = -4\omega bt\cos\omega t\,\vec{i} + 4\omega bt\sin\omega t\,\vec{j}} \quad 0{,}25$$

$$\vec{a_a} = \vec{a_r} + \vec{a_e} + \vec{a_c} \quad 0{,}25$$

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{a_a} = {} & [-2b\sin\omega t\ \cancel{-2bt\omega\cos\omega t} + \omega^2 b t^2 \sin\omega t - 4\omega bt\cos\omega t]\,\vec{i} \\ & + [2b\cos\omega t\ \cancel{-2bt\omega\sin\omega t} - \omega^2 b t^2 \cos\omega t - 4\omega bt\sin\omega t]\,\vec{j}\end{aligned}}$$ 0,25



0,5

<u>Exercice n°03</u> (5pts)

$m = 1\,Kg$

$v_0 = 5\,m/s$

$\alpha = 30°$ avec l'horizontale.

1.a Calculons x en utilisant la 2ème loi de Newton (PFD) :

$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$ 0,25

$\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a} \Longrightarrow \vec{P_x} + \vec{P_y} + \vec{R} = m.\vec{a}$ 0,25

Proj /ox $\quad -P_x = m.a \Rightarrow -mg\sin\alpha = m.a \ldots\ldots$ ① 0,25

Proj/oy $\quad R - P_y = 0 \Rightarrow R = P_y = mg.\cos\alpha \ldots\ldots$ ② 0,25

① $\Rightarrow a = \dfrac{-mg\sin\alpha}{m} = -g\sin\alpha$ 0,25

L'eq^t non horaire : $v_f^2 - v_i^2 = 2a.x$ (0,25)

$$\underset{0}{v_f^2} - \underset{v_0}{v_i^2} = 2.a.x$$

$$x = \frac{-v_0^2}{2.a} = \frac{v_0^2}{2g\sin\alpha} \quad (0{,}25)$$

$\underline{\underline{AN}}$: $x = \frac{(5)^2}{2.10.\frac{1}{2}} = \frac{25}{10} = 2{,}5\ m \Rightarrow \boxed{x = 2{,}5\,m}$ (0,25)

2) Calculons x en utilisant le Théorème de la variation de l'energie Cinétique.

$$\sum_{i \to f} W(\vec{F}_{ext}) = \Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) \quad (0{,}5)$$

$$\underbrace{\frac{1}{2} m v_f^2}_{0 \text{ (arrêt)}} - \frac{1}{2} m v_0^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) \quad (0{,}25)$$

- $W(\vec{P}) = \int \vec{P}.\vec{dl}$ (0,25)

$$\vec{P}.\vec{dl} = \begin{pmatrix} -P_x \\ -P_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ \underset{0}{dy} \end{pmatrix} = -P_x.dx$$

$$\Rightarrow \int \vec{P}\vec{dl} = \int -P_x . dx = -mg\sin\alpha \int dx = -mg\sin\alpha . x$$

$$\boxed{W(\vec{P}) = -mg\sin\alpha . x} \quad (0{,}25)$$

- $W(\vec{R}) = \int \vec{R}.\vec{dl} = \vec{0}$ car $(\vec{R} \perp \vec{dl})$ (0,25)

Donc $\cancel{-}\frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 = \cancel{-m}g\sin\alpha . x \Rightarrow x = \frac{v_0^2}{2g\sin\alpha}$ (0,25)

A.N : $x = \frac{5^2}{2.10.\frac{1}{2}} = 2{,}5\,m \Rightarrow \boxed{x = 2{,}5\,m}$ (0,25)

3) Calculons la réaction du plan incliné sur le chariot.

$$② \Rightarrow R = m.g\cos\alpha = mg\cos 30.$$

$\underline{AN}$: $R = 1.10.\frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} = 8{,}66\,N$

$$\boxed{R = 8{,}66\,N} \quad (0{,}5)$$