Corrigé de l'examen final de physique 1 ST (2015-2016)

Exercice 1 (4points): La dimension du paramètre K

$$F = K\rho_0 SV^2 \Rightarrow K = \frac{F}{\rho_0 SV^2}$$

$$\Rightarrow [K] = \frac{[F]}{[\rho_0][S][V^2]} \quad \textbf{(1)}$$

$$F = ma \Rightarrow [F] = [m][a] = MLT^{-2} \ \textbf{(0.5)}$$

$$\rho_0 = \frac{masse}{volume} = \frac{m}{v} \Rightarrow [\rho_0] = \frac{[m]}{[v]} = \frac{M}{L^3} = ML^{-3} \ \textbf{(0.5)}$$

$$[S] = L^2 \ \textbf{(0.5)} ; \ [V] = LT^{-1} \ \textbf{(0.5)}$$

$$[K] = \frac{[F]}{[\rho_0][S][V]^2} = \frac{MLT^{-2}}{(ML^{-3})(L^2)(L^2T^{-2})} = 1 \ \textbf{(0.5)}$$

K est sans dimension donc pas d'unité **(0.5)**

Exercice 2 (8points) :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{O'M} = r\vec{i}\,' = r_0(\cos\omega t + \sin\omega t)\vec{i}\,' \ \textbf{(0.5)}$$

La vitesse angulaire constante autour de l'axe oz $\Rightarrow \vec{\omega} = \omega\vec{k} = \omega\vec{k}\,'$ **(0.5)**

1) Vitesse relative

$$\vec{V}_r = \left.\frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right|_{R'} \ \textbf{(0.5)} \Rightarrow \vec{V}_r = \frac{d}{dt}\left[r_0(\cos\omega t + \sin\omega t)\vec{i}\,'\right] \qquad \vec{V}_r = r_0\omega(-\sin\omega t + \cos\omega t)\vec{i}\,' \ \textbf{(0.5)}$$

Accélération relative

$$\vec{\gamma}_r = \left.\frac{d\vec{V}_r}{dt}\right|_{R'} \ \textbf{(0.5)} \Rightarrow \vec{\gamma}_r = \frac{d}{dt}\left[r_0\omega(-\sin\omega t + \cos\omega t)\vec{i}\,'\right]$$

$$\vec{\gamma}_r = -r_0\omega^2(\cos\omega t + \sin\omega t)\vec{i}\,' \ \textbf{(0.5)}$$

2) Vitesse d'entraînement

$$\vec{V}_e = \left.\frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}\right|_{R'} + \left(\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M}\right) \ \textbf{(0.5)} \Rightarrow \vec{V}_e = \left(\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M}\right) \qquad \left.\frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}\right|_{R'} = 0$$

puisque O≡O'

$$\Rightarrow \vec{V}_e = \left(\omega\vec{k} \wedge r\vec{i}\,'\right) \qquad \Rightarrow \vec{V}_e = \omega r\left(\vec{k} \wedge \vec{i}\,'\right) \ \textbf{(0.5)}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_e = \omega r\vec{j}\,' = \omega r_0(\cos\omega t + \sin\omega t)\vec{j}\,' \ \textbf{(0.5)}$$

Accélération d'entraînement

$$\vec{\gamma}_e = \left.\frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2}\right|_{R'} + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\wedge\overrightarrow{O'M}\right) + \vec{\omega}\wedge\left(\vec{\omega}\wedge\overrightarrow{O'M}\right) \textbf{(0.5)} \Rightarrow \vec{\gamma}_e = \vec{\omega}\wedge\left(\vec{\omega}\wedge\overrightarrow{O'M}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{\gamma}_e = \omega\vec{k}\wedge\left(\omega\vec{k}\wedge r\vec{i}'\right) \Rightarrow \vec{\gamma}_e = \omega\vec{k}\wedge\left(\omega r\vec{j}'\right) \Rightarrow \vec{\gamma}_e = \omega^2 r\left(\vec{k}\wedge\vec{j}'\right) \textbf{(0.5)}$$

$$\vec{\gamma}_e = -r\omega^2\vec{i}' = -r_0\omega^2\left(\cos\omega t + \sin\omega t\right)\vec{i}' \textbf{(0.5)}$$

3) Accélération de Coriolis

$$\vec{\gamma}_c = 2\vec{\omega}\wedge\vec{V}_r \textbf{ (0.5)} \qquad \Rightarrow \vec{\gamma}_c = 2\omega\vec{k}\wedge r_0\omega\left(-\sin\omega t + \cos\omega t\right)\vec{i}'$$

$$\Rightarrow \vec{\gamma}_c = 2r_0\omega^2\left(-\sin\omega t + \cos\omega t\right)\vec{j}' \textbf{ (0.5)}$$

4) Vitesse absolue

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e \textbf{ (0.25)}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_a = \omega r_0\left(-\sin\omega t + \cos\omega t\right)\vec{i}' + \omega r_0\left(\cos\omega t + \sin\omega t\right)\vec{j}' \textbf{ (0.25)}$$

Accélération absolue

$$\vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_r + \vec{\gamma}_e + \vec{\gamma}_c \textbf{ (0.25)}$$

$$\Rightarrow \vec{\gamma}_a = -r_0\omega^2\left(\cos\omega t + \sin\omega t\right)\vec{i}' - r_0\omega^2\left(\cos\omega t + \sin\omega t\right)\vec{i}' + 2r_0\omega^2\left(-\sin\omega t + \cos\omega t\right)\vec{j}'$$

$$\Rightarrow \vec{\gamma}_a = -2r_0\omega^2\left(\cos\omega t + \sin\omega t\right)\vec{i}' + 2r_0\omega^2\left(-\sin\omega t + \cos\omega t\right)\vec{j}' \quad \textbf{(0.25)}$$

<u>Exercice 3</u> (8points) : Accélération est notée (a ou γ)

1) Lorsque les frottements sont suffisants pour maintenir la masse en équilibre au point A, on a :

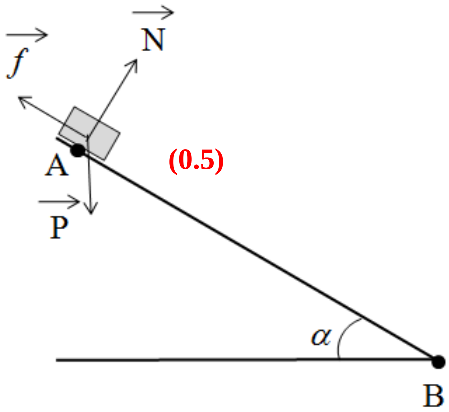
$$\sum\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{N} + \vec{f} = \vec{0} \quad \textbf{(0.25)}$$

$$(ox): \quad mg\sin\alpha - f = 0 \Rightarrow f = mg\sin\alpha \quad \textbf{(0.25)}$$

$$(oy): \quad -mg\cos\alpha + N = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha \quad \textbf{(0.25)}$$

$$\mu = \frac{f}{N} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\alpha = 0.58 \quad \textbf{(0.5)}$$

Donc $\mu_s > \frac{f}{N} \Rightarrow \mu_s > tg\alpha$ **(0.25)**



(0.5)

2.a) L'accélération de la masse suivant AB

En appliquant le PFD : $\sum\vec{F} = m\vec{\gamma} \Rightarrow \vec{P} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{\gamma}$ **(0.25)**

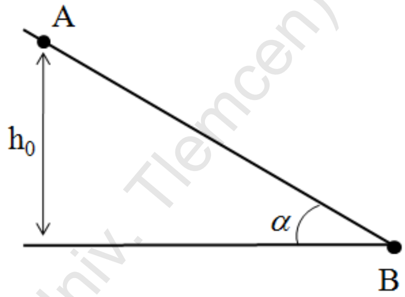
$$(ox): \quad mg\sin\alpha - f = m\gamma \ldots(1) \quad \textbf{(0.25)}$$

$(oy): \quad -mg\cos\alpha + N = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha$ **(0.25)**

$$\mu_d = \frac{f}{R} \Rightarrow f = \mu_d R = \mu_d mg\cos\alpha \quad \textbf{(0.25)}$$

$(1): \; mg\sin\alpha - \mu_d mg\cos\alpha = m\gamma \Rightarrow \gamma = g\left(\sin\alpha - \mu_d\cos\alpha\right)$ **(0.5)**

$\gamma = 10\left(\sin 30° - 0{,}2\cos 30°\right) \Rightarrow \gamma = 3{,}27 m/s^2$ **(0.25)**



Nature du mouvement $\Rightarrow$ ***Mouvement uniformément varié*** **(0.25)**

2.b) Vitesse au pt B.

$$\begin{cases} v_B^2 - v_A^2 = 2\gamma AB \\ v_A = 0 \end{cases} \Rightarrow v_B = \sqrt{2\gamma AB} \ldots(1) \quad \textbf{(0.5)}$$

$$(1): \; \sin\alpha = \frac{h_0}{AB} \Rightarrow AB = \frac{h_0}{\sin\alpha} = \frac{5}{0{,}5} = 10m \quad \textbf{(0.25)}$$

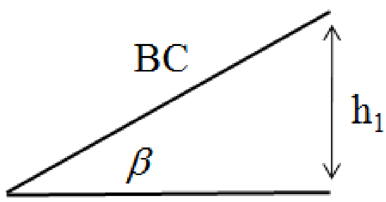
$$v_B = \sqrt{2(3{,}27)(10)} \Rightarrow v_B = 8{,}08 m.s^{-1} \quad \textbf{(0.25)}$$

3) L'énergie mécanique totale de la masse m est non conservative car le système est soumis aux forces de frottements. **(0.5)**

4) Expression du travail de la force de frottement entre A et B

$$W_{\vec{f}(AB)} = \vec{f}.\overrightarrow{AB} = -f.(AB) = -\mu_d mg\cos\alpha.(AB) \quad \textbf{(0.75)}$$

5) A partir du théorème de l'énergie mécanique (Origine de l'énergie potentielle en B)



$$\Delta E_m = \sum W_{BC}\left(\vec{F}_{NC}\right) \; \textbf{(0.25)} \qquad \Rightarrow E_m(C) - E_m(B) = W_{\vec{f}} \; \textbf{(0.25)}$$

$$\Rightarrow \left[E_c(C) + E_p(C)\right] - \left[E_c(B) + E_p(B)\right] = W_{\vec{f}} \quad \textbf{(0.25)}$$

$$\Rightarrow mgh_1 - \frac{1}{2}mv_B^2 = -f.(BC) = -\mu_d mg\cos\beta.(BC) \quad \textbf{(0.25)}$$

$$\Rightarrow gh_1 - \frac{1}{2}v_B^2 = -\mu_d g\cos\beta.\left(\frac{h_1}{\sin\beta}\right) \qquad \sin\beta = \frac{h_1}{BC} \Rightarrow BC = \frac{h_1}{\sin\beta} \quad \textbf{(0.25)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 = h_1 g\left(1 + \frac{\mu_d}{tg\beta}\right) \Rightarrow h_1 = \frac{v_B^2}{2g\left(1 + \frac{\mu_d}{tg\beta}\right)} \quad \textbf{(0.25)}$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{(8.08)^2}{2(10)\left(1 + \frac{0{,}2}{tg 20°}\right)} = 2.1m \quad \textbf{(0.25)}$$